MODELOS SIMPLIFICADOS DE TRANSPORTE URBANO

LUIS G. WILLUMSEN
Transport Studies Group
University College London

ABSTRACT

The purpose of the article on simplified transportation models is to demonstrate that it is possible indeed to model on this topic in a rational and simple way, without sacrificing accuracy on the results that are being sought.

1. INTRODUCCIÓN

Una de las objeciones más comunes al uso de modelos matemáticos en la planificación del transporte es su complejidad. El empleo de modelos tradicionales de transporte requiere de una gran cantidad de recursos escasos, incluyendo el tiempo necesario para realizar un estudio. La evolución de los modelos de transporte se ha orientado hacia una complejidad creciente como una manera de mejorar el realismo de los mismos. En contraste, en este proceso no se han incorporado consideraciones sobre lo tenue de nuestro conocimiento del futuro, no se sabe si los costos de usar un modelo complejo se compensan con una mayor confiabilidad de sus resultados.

Este artículo explora algunas posibilidades para la simplificación de modelos de transporte. Simplificar es siempre algo atractivo. Entre dos teorías que explican igualmente bien algún aspecto de la realidad, un científico escogerá siempre la más simple. El planificador enfrenta una alternativa similar en la selección de un modelo de transporte, pero también entran en juego otros factores, tales como el costo de usar cada modelo, las políticas que puedan probarse y la facilidad con que el modelo pueda explicarse a quienes toman decisiones.

La discusión de este tema comienza con un análisis somero de la actividad de *modelar*. Esta actividad tiene relación con dos aspectos: por una parte, con el estilo de planificación adoptado por el gobierno y, por otra, con el conflicto que existe entre el uso de modelos complejos y los errores que se le asocian.

De este análisis se concluye que todo modelo implica errores y que éstos serán mayores cuando la velocidad de cambio (crecimiento y desarrollo) sea mayor. Se estudian, entonces, algunas posibilidades para la simplificación de los modelos de transporte, incluyendo modelos basados en conteos de tráfico (vehículos, pasajeros, carga). Una descripción y análisis de éstos constituye lo substantivo de este artículo.

2. Modelaje

Un modelo es una representación simplificada de algún aspecto de la realidad que reviste interés para tomar decisiones. En este sentido tan general, el desarrollo de modelos y su uso son actividades bastante comunes. Todos usamos modelos conceptuales (o mentales) en nuestra vida diaria. Por ejemplo, las siguientes frases reflejan algunos de estos modelos sencillos: "Si subsidiamos el transporte público será posible reducir la tarifa y aumentar la demanda". "El crecimiento del parque automotriz ha causado una reducción en la cantidad de pasajeros que viajan en bus".

Todo modelo es una simplificación de la realidad desde una *perspectiva particular*. Este marco de referencia se utiliza para seleccionar qué aspectos de la realidad deben incluirse en un modelo y cuáles pueden omitirse, qué debe medirse y qué indicadores de rendimiento pueden usarse.

Los modelos mentales son bastante "inmediatos" en el sentido que se encuentran muy próximos a nuestra experiencia y toma de decisiones. Sin embargo, en una representación mental, es difícil seguir y cuantificar las interrelaciones de problemas complejos. Por ello, se han desarrollado modelos que usan fundamentalmente relaciones matemáticas. El atractivo de estos modelos reside en su capacidad para incluir numerosas interrelaciones en sistemas de gran complejidad y donde sólo algunas variables son controlables. Los problemas de transporte tienen generalmente estas características y durante los últimos 25 años se ha desplegado gran esfuerzo en perfeccionar modelos matemáticos que faciliten una planificación más racional y efectiva en esa área.

La mayor parte de este trabajo ha tenido lugar en países industrializados, y en un esfuerzo por aumentar su realismo los modelos han resultado ser de alto costo, grandes requerimientos de información y alta complejidad. En estos países, tanto el gobierno central como las autoridades locales, han invertido cuantiosos recursos en llevar a cabo estudios de transporte urbano utilizando modelos de gran escala. En muchos casos los resultados prácticos de estas aplicaciones han sido más bien pobres y se ha generado una corriente crítica frente a estos métodos, ver, por ejemplo, a Atkins (1977). Las críticas más frecuentes al uso de modelos de transporte de gran escala parecen ser:

a) Requieren de mucha información de alto costo. Algunos modelos usan esta información en forma más eficiente que otros, pero a menudo los datos recolectados no tienen otro uso alternativo.

b) Uso intensivo de computadores. Esto no es un problema en sí hoy en día. Su importancia reside en que a menudo los programas utilizados son poco eficientes y poco robustos. El usuario se ve forzado a realizar numerosas corridas, que generan errores mal documentados antes de poder utilizar los programas para analizar alternativas.

c) Los modelos de gran escala son razonables sólo dentro de un marco de referencia particular. La adopción de un modelo desarrollado en otro país corre el riesgo de ser inadecuada.

d) El uso de modelos convencionales de gran escala conduce a una planificación basada en esfuerzos esporádicos y concentrados y no a una planificación continua como la que requieren países de desarrollo y cambio rápido.

e) A menudo se ve a la computación y el modelaje matemático como la actividad tecnológicamente más avanzada y atractiva de la planificación. Se corre el riesgo así de concentrar a los mejores profesionales disponibles en esa área, debilitando otras funciones de planificación y operación del sistema de transporte.

El resto de esta presentación explora algunas formas de enfrentar estas limitaciones.

3. Complejidad y errores en los modelos de transporte

La tarea de escoger un modelo de transporte requiere considerar, por lo menos, los siguientes aspectos:

— exactitud del modelo, dado su realismo y los datos disponibles para su uso.

— capacidad del modelo para simular los efectos de las políticas e inversiones que se desea explorar.

— recursos necesarios para operar el modelo (computación, tiempo, personal especializado, recolección y validación de datos, etc.).

— existencia de una base teórica razonablemente robusta.

En esta sección se discutirá la relación que existe entre la complejidad de un modelo, su exactitud y la confiabilidad de la información y datos usados. Esta reflexión está inspirada en el trabajo de Alonso (1968).

Se puede considerar que la exactitud de un modelo depende de dos tipos de errores: aquellos contenidos en los datos usados y aquellos que se deben a una pobre especificación del modelo. *Los errores de especificación* se originan porque el modelo no puede ser una fiel representación de la realidad. El uso inevitable de supuestos que simplifican el sistema de ecuaciones y el empleo de métodos aproximados para su solución son las fuentes más importantes de este tipo de error. Las formas de mejorar la especificación o hacer más realista el modelo incluyen la incorporación de *más* variables y su desagregación, la introducción de *nuevas relaciones* y el enlace o *concatenación* de modelos. La complejidad de un modelo se asocia, entonces, al número de elementos, interrelaciones y concatenaciones incluidas en él mismo. Como se sabe que el sistema real de transporte es altamente complejo, no sorprende que una reducción de los errores de especificación requiera, en general, un aumento de la complejidad del modelo.

Por otra parte, los *errores de los datos* tienen lugar durante el proceso de asignar valores a las variables del modelo. Así, por ejemplo, se sabe que habrá errores en la información sobre población, tasas de generación de viajes, ingreso per cápita, etc., con que se alimenta al modelo. Estos errores se deben a errores de muestreo, transcripción y codificación. Cuando el modelo hace uso también de valores *futuros* de este tipo, se incurrirá en errores aún mayores dada la incertidumbre de estas estimaciones. Durante el proceso de calibración de un modelo generalmente se introducen errores adicionales en los datos, especialmente cuando no se utiliza una técnica robusta con este fin. A menudo se pueden reducir los errores de los datos a través de tamaños muestrales mayores, utilizar un buen control de calidad durante la recolección de datos y/o mediante el uso de modelos que utilicen información en forma más eficiente. La mayor parte de estas opciones aumentará el costo de operar los modelos.

Uno de los problemas más serios en el modelaje es el que la complejidad de un modelo puede atentar contra su exactitud. Cada vez que se realizan operaciones aritméticas entre variables que contienen errores, éstos se amplifican (con la excepción de sumar y elevar una variable a un exponente entre —1 y + 1). Por ejemplo, si el número de viajes en automóvil generados en una zona está dado por:

$$G = C \cdot g \cdot P$$

donde = $C = 0.2 \pm 0.02$

$g = 8 \pm 0.75$

$P = 500 \pm 45$

el error de G puede estimarse como:

$$e_G = \sqrt{8^2 \cdot 500^2 \cdot 0.02^2 + 0.2^2 \cdot 500^2 \cdot 0.75^2 + 0.2^2 \cdot 8^2 \cdot 45^2}$$

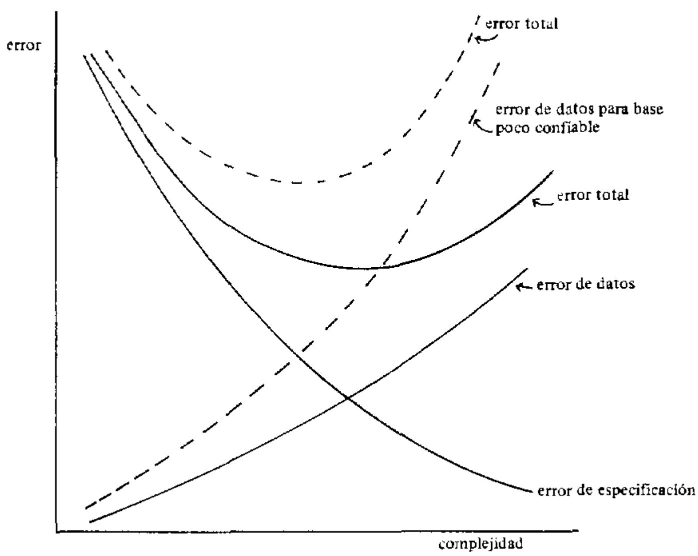
$$e_G = \sqrt{6400 + 5625 + 5184} = \pm 131$$

$$G = 800 \pm 131$$

En términos generales, entonces, la complejidad de un modelo reduce los errores de especificación, pero aumenta los errores debido a los datos. Un modelo más complejo no es necesariamente un modelo más exacto. Esta relación se presenta cualitativamente en la Fig. 1. Las curvas en esta figura son hipotéticas, pero razonables. Desde el punto de vista de la exactitud de un modelo nos interesa escoger aquel que minimiza el error total = error de especificación más error de los datos. Se puede ver que en situaciones en que los datos son menos confiables (muestras pequeñas, cambio rápido) el modelo que minimiza el error total debería ser menos complejo.

FIGURA 1

COMPLEJIDAD Y ERRORES EN MODELOS MATEMATICOS



Como puede verse en la Fig. 1, en regiones de cambio rápido el nivel *total* de errores es también más alto. Puede argumentarse, además, que el sistema de transporte en estas regiones es diferente de la realidad en países industrializados que la mayoría de los modelos de transporte tratan de representar. La adopción de estos modelos introduce, entonces, errores adicionales de especificación. La mejor forma de reducir éstos es un esfuerzo específico por adaptar o desarrollar modelos que correspondan mejor a la realidad nacional o regional.

En última instancia, el modelar el transporte en países de cambio rápido requiere adoptar un estudio de planificación que tome en cuenta el alto nivel de errores de las predicciones así obtenidas.

4. MODELOS, PREDICCIÓN Y PLANEAMIENTO

La velocidad del cambio y crecimiento económico es a menudo más alta en Latinoamérica que en Europa y Estados Unidos. De acuerdo con los párrafos anteriores esto requeriría un tipo de modelos de transporte especialmente adaptados a estas condiciones. Aún más, cuando el futuro es difícil de predecir, no sólo los modelos sino también el estilo de planificación deben adaptarse.

Si los modelos matemáticos son un instrumento imperfecto para escoger planes y políticas de transporte para el futuro, ¿por qué no abandonarlos totalmente y confiar solamente en la visión, determinación y poder de distinguidos planificadores? Hay que reconocer que la opción de planificar sin modelos formales es bastante popular en muchos países. Se puede argumentar que ese estilo de planificación a menudo conduce a inversiones que responden más a la personalidad de un planificador inspirado que a un uso racional de recursos. Pero existen también otras razones para preferir el uso de modelos formales.

Planificar sin modelos explícitos es equivalente a utilizar solamente los modelos conceptuales y mentales de quienes toman las decisiones. El problema de esos modelos mentales es que son difíciles de discutir, de estimar sus errores y de llegar a un acuerdo sobre cómo mejorarlos y perfeccionarlos. Es difícil acumular conocimientos transmisibles usando sólo modelos mentales.

La planificación con instrumentos imperfectos no puede ser demasiado ambiciosa ni basarse en esfuerzos puntuales que producen planes ideales para los próximos veinte años. Cuando la ruta a seguir no se conoce con precisión y se sospecha que aún el objetivo final puede cambiar en el camino, es necesario revisar y actualizar regularmente el plan de marcha. Herramientas limitadas y cambio rápido requiere poner más énfasis en una revisión periódica y puesta al día de planes y predicciones que en grandes esfuerzos aislados en la preparación de planes de largo plazo.

Este estilo de planificación continua requiere en sí un tipo especial de modelo. Estos modelos de transporte deberían:

- ser fáciles de usar.
- requerir pocos recursos escasos.
- usar información de bajo costo, ya sea fácil de recolectar regularmente o disponible de otras fuentes.
- permitir el uso de información histórica de manera que ésta no sea desechada.

— ser fáciles de adaptar a las condiciones específicas del problema que se quiere analizar.

Existen numerosos modelos simplificados de transporte que responden al menos a algunas de estas condiciones. Estos incluyen los modelos estructurales (Warfield, 1976), idealizados (Smeed, 1968), modelos de planificación de líneas gruesas (sketch planning) (Sosslau et al., 1978) y juegos de planificación (Ortúzar y Willumsen, 1983). Un bosquejo del rol de estos tipos puede encontrarse en Willumsen (1980). En este artículo discutiremos someramente los modelos estructurales, los de planificación en líneas gruesas y daremos mayor énfasis a los modelos de transporte basados en conteos de tráfico (Willumsen, 1981).

5. Modelos estructurales

Uno de los aspectos que afecta la complejidad de un modelo es el tratamiento que se da al espacio. Los problemas de transporte ocurren en lugares específicos en el espacio y por ello la mayoría de los modelos trata detalladamente la zonificación y la red de un sistema de transporte. Sin embargo, para ciertos objetivos es posible simplificar el tratamiento del espacio y aún omitirlo completamente, en particular si se trata de políticas generales de transporte.

Modelos estructurales es una etiqueta conveniente para reunir un grupo de técnicas cuyo objetivo básico es hacer explícitos los modelos mentales de planificadores y de quienes toman decisiones. Su tarea inmediata es el desarrollar una representación explícita y a menudo gráfica de las interrelaciones que se consideran más importantes en torno a un problema específico.

La Fig. 2 representa un modelo estructural que se utiliza a menudo para representar la forma en que la tasa de motorización, la congestión y la demanda por transporte público se relacionan entre sí.

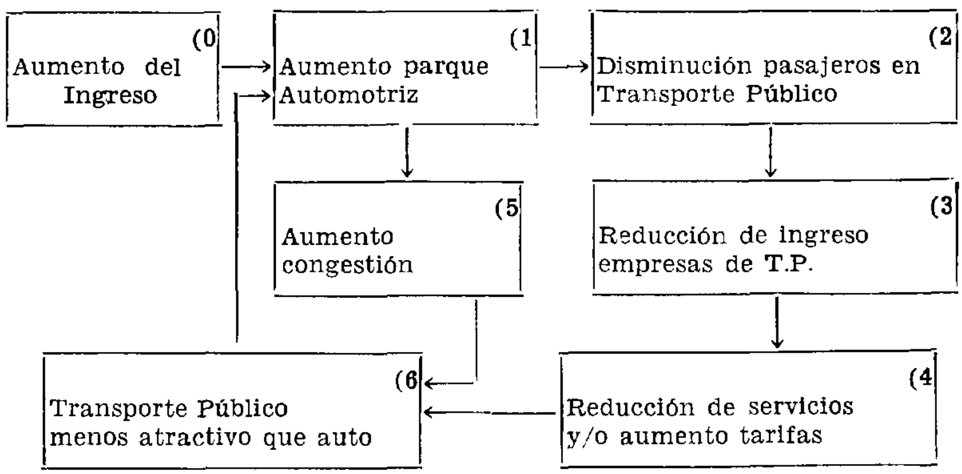


Figura 2. Modelo estructural del círculo vicioso del transporte público y tasa de motorización.

En este diagrama la punta de flecha indica cuál se cree que es la causa y cuál el efecto, por ejemplo, que el aumento del parque (recuadro 1), genera un aumento de la congestión (recuadro 5).

Este modelo puede mejorarse si se asocian ponderaciones a las flechas, para indicar la importancia o intensidad de la interrelación. Por ejemplo, la ponderación 0.8 asociada a la flecha que une recuadros 1 y 2 indicaría que un aumento del parque automotriz de 1 por ciento resultaría en una pérdida de 0.8 por ciento de los pasajeros de transporte público.

La tarea de desarrollar un modelo estructural requiere:

— Identificar las interrelaciones más relevantes al problema, omitiendo las más débiles.

— Encontrar las ponderaciones que describen mejor el comportamiento del sistema.

— Explorar el comportamiento del modelo frente a distintas políticas y/o perturbaciones al sistema.

A pesar de su simplicidad, estos modelos pueden ser de gran ayuda para iluminar discusiones y toma de decisiones. Por ejemplo, el modelo de la Fig. 2 ayuda a explicar cómo el aumento del ingreso per cápita puede introducir al transporte público en un círculo vicioso en que suben tarifas y reducen servicios para no perder dinero, y con ello sólo logra hacer más atractivo (y necesario) el adquirir un automóvil. El modelo casi sugiere estrategias para enfrentar el problema: subsidios a los operadores de buses, prioridad para buses para que la congestión no afecte su operación, desincentivos a la compra y uso del automóvil particular. Pero aun dentro de su simplicidad existen peligros en transferir modelos de un contexto a otro. El lector latinoamericano notará que el modelo de la Fig. 2 es aplicable sólo a áreas donde la población permanece estable en el tiempo. Sin embargo, este modelo, como tal o en su versión verbal, está presente en casi todos los libros de texto en la materia.

6. Otros modelos simplificados

Los modelos idealizados propuestos por Smeed (1968) tratan el espacio como un continuo sobre el cual ciertas propiedades, como velocidad, densidad de población y empleo, pueden describirse como funciones analíticas sencillas. Esto permite una mayor especificidad espacial en el análisis de ciertos problemas globales, como ser la capacidad de una zona céntrica para proveer acceso irrestricto al automóvil particular o la localización óptima de un anillo de circunvalación.

Los juegos de planificación de transporte generalmente utilizan una representación simplificada del espacio y el sistema de transporte, la que combinan con una interfase orientada a su uso por personas sin entrenamiento en computación. Su objetivo es fundamentalmente educativo, pero debido a su uso fácil es posible emplear los programas para discutir estrategias globales. Por ejemplo, el juego GUTS, desarrollado por Ortúzar y Willumsen (1978), puede adaptarse a una gran variedad de situaciones, y ha sido empleado con autoridades de gobierno local para discutir políticas reales e ilustrar la capacidad y limitaciones de los modelos computacionales.

Los modelos de planificación de transporte en líneas gruesas es un título que se usa para agrupar diversos modelos que si bien son más realistas que los mencionados hasta ahora no tienen la complejidad de los modelos tradicionales. Esta simplicidad puede obtenerse mediante uno o más de los siguientes recursos:

— Reduciendo el número de zonas, arcos y modos en modelos convencionales.
— Simplificando el tratamiento del espacio y red de transporte.
— Utilizando parámetros calibrados en otras ciudades o países.
— Recurriendo a regularidades en el comportamiento de los viajeros, ya sea apoyados en supuestos "razonables" o en datos, generalmente muy agregados.

El lector puede consultar Sosslau et al. (1978) para identificar modelos de este tipo disponibles en Estados Unidos.

A pesar de las ventajas de simplicidad, respuesta rápida y bajos requerimientos de información de los modelos de planificación en líneas gruesas, su adopción requiere de cuidado:

— Como todo modelo, estas técnicas producen una representación razonable de la realidad desde un punto de vista en particular.
— La mayoría de estas técnicas se basan en supuestos de transferibilidad de modelos y parámetros entre diferentes ciudades y países. A menudo la evidencia que apoya estos supuestos es débil y de dudosa aceptación.
— Estos modelos operan a un nivel de agregación demasiado alto para el análisis de muchos problemas locales.

7. Modelos de transporte y conteos de tráfico

7.1. *Ideas básicas*

La posibilidad de desarrollar modelos de transporte basados en conteos de tráfico es particularmente interesante. De partida, los conteos o censos de tráfico son relativamente baratos de obtener. Estos se recolectan con una variedad de objetivos en mente: diseño de intersecciones, programación de mantención y mejoramiento de caminos, estudios de tendencias del tráfico, etc. En segundo lugar, la recolección automática de volúmenes de tráfico y su preprocesamiento se encuentran relativamente avanzados. En tercer lugar, contar vehículos, pasajeros o peatones es más sencillo que realizar encuestas, que requieren entrevistas, completar cuestionarios y codificar respuestas. Cuarto, algunas operaciones de conteo se realizan como parte de una operación normal de, por ejemplo, plazas de peaje y paso de pasajeros por molinetes en estaciones y, por lo tanto, su costo es mínimo.

Por último, la gran mayoría de las actividades de conteo no requieren interrumpir el tráfico ni generan demoras.

No se puede esperar que un modelo basado sólo en conteos de tráfico reemplace totalmente a modelos más convencionales de gran escala. Como se verá, los modelos basados en censos de tráfico dicen relación con la generación, distribución y asignación de viajes, aunque se han sugerido también extensiones que incorporan la selección del medio de transporte. Se pueden considerar dos tipos de aplicaciones para este tipo de modelo:

a) La estimación de matrices de movimientos en subáreas locales, por ejemplo, para ayudar al diseño de planes de gestión de tráfico en la zona central de una ciudad.

b) Desarrollo de modelos simplificados, ya sea para complementar modelos convencionales o para ser usados como elementos de un proceso de planeamiento continuo, ya sea urbano, regional o nacional.

7.2. *Variables del problema*

La idea básica empleada en estos modelos es que el volumen de vehículos (peatones, pasajeros) observado en un punto es el resultado de una matriz de movimientos (T_{ij}) y un proceso de asignación de ésta a la red de transporte.

Considérese primero el problema de estimar una matriz de viajes (T_{ij}) en un área de estudio dividida en Z, zonas, y en la cual la red de transporte ha sido codificada en A, arcos o enlaces. Estos arcos pueden representar desde virajes en una intersección hasta varios kilómetros de un camino de características constantes, dependiendo del nivel de resolución de la codificación de la red. En este sistema, la matriz de movimientos tendrá un total de Z^2 incógnitas, una por celda de la matriz.

Un elemento importante en la estimación de la matriz $\underline{\underline{T}}$ es la identificación de los pares Origen-Destino (O-D) que utilizan cada arco en particular. La variable P_{ij}^{a} se utilizará con este objeto y se define como la proporción de los viajes (movimientos) entre i y j que usa el arco *a*. En general:

$$0 \leq P_{ij}^{a} \leq 1 \tag{1}$$

Si ninguno de los viajes entre i y j pasa por el arco *a*, entonces $P_{ij}^{a} = 0$. Si todos los viajes de ese par pasan por *a*, entonces $P_{ij}^{a} = 1$. La variable P_{ij}^{a} se puede estimar mediante un modelo de asignación y así su evaluación depende del tipo de modelo de asignación empleado. En áreas urbanas congestionadas los viajes se podrán asignar a más de una ruta entre i y j y, por lo tanto, al menos algunos valores de la proporción P_{ij}^{a} tomarán valores intermedios *entre* 0 y 1.

Si se considera, entonces, el volumen observado V_a en el arco *a* se tiene que

$$V_a = \Sigma_{ij} \; T_{ij} \; P_{ij}^{a} \tag{2}$$

Las unidades de V_a deben ser compatibles con las de T_{ij}, lo que puede requerir un coeficiente de conversión de vehículos a pasajeros.

Suponiendo que los valores P_{ij}^{a} se han obtenido de un modelo de asignación adecuado, la ecuación (2) es lineal en las incógnitas T_{ij}. En general habrá tantas ecuaciones (2) como conteos de tráfico disponibles, pero este número será, generalmente, menor que el número de incógnitas Z^2. El sistema de ecuaciones (2) se encuentra indeterminado al tener más incógnitas que ecuaciones. Esto significa que normalmente habrá más de una matriz $\underline{\underline{T}}$ que sea capaz de reproducir los volúmenes de tráfico observados. Esta indeterminación puede resolverse de varias maneras: dos de las más importantes se detallan en las secciones siguientes. Una discusión más pormenorizada de las características del problema, así como un bosquejo de los modelos propuestos por otros autores, pueden encontrarse en Willumsen (1981).

8. Modelo gravitacional y conteos de tráfico

Una de las formas de reducir el problema de contar con menos ecuaciones que incógnitas requiere postular que el comportamiento de la matriz de movimientos responde a algún modelo aceptable de transporte. La hipótesis usada con más frecuencia supone que existen tres factores que determinan este comportamiento:

— factores que dependen de la zona de origen (Generación).

— factores que dependen del destino (Atracción).

— factores que dependen de la separación o costo de viaje entre el origen y el destino del movimiento.

La mayoría de los modelos en este grupo utilizan conteos más alguna información adicional (población, empleo por zona) para estimar los dos primeros factores. Estos factores se combinan a menudo en la forma de un modelo gravitacional, el cual se puede escribir, en general, como:

$$T_{ij} = b_l \; A_i \; B_j \; O_i \; D_j \; f(C_{ij}) \tag{3}$$

donde:

O_i y D_j representan factores de generación y atracción como ser población, empleo, etc.

C_{ij} es el costo (tiempo, distancia o costo generalizado) de transporte entre origen i y destino j.

$f(C_{ij})$ es una función de separación, por ejemplo $e^{-\beta C_{ij}}$

A_i y B_j son factores de compensación calculados de tal manera de garantizar que

$$\sum_i T_{ij} = D_j \tag{4}$$

$$\sum_j T_{ij} = O_i \tag{5}$$

b_l y β son parámetros a calibrar.

Es necesario notar que como los factores O_i y D_j no son viajes, los factores de compensación A_i y B_j no tienen la misma interpretación que en un modelo gravitacional convencional. Se puede utilizar la variable auxiliar X_{ij} para asumir la parte cuasigravitacional del modelo.

$$X_{ij} = A_i \; B_j \; O_i \; D_f \; f(C_{ij}) \tag{6}$$

La matriz $\underline{\underline{X}}$ de estos valores recibe a veces el nombre de matriz potencial para distinguirla de la matriz de viajes.

$$\underline{T} = b_l \; \underline{\underline{X}} \tag{7}$$

Siempre es posible redefinir la matriz potencial $\underline{\underline{X}}$ como un modelo simplemente acotado.

El volumen de tráfico generado en el arco *a* por este modelo viene dado por:

$$V_a = b_0 + b_1 \sum_{ij} X_{ij} P_{ij}^{a} \tag{8}$$

donde b_0 es otro parámetro a calibrar cuya interpretación puede ser tráfico local no explicado por el modelo gravitacional.

Este modelo se puede extender para tomar en cuenta varios propósitos de viaje o tipos de viajeros n.

$$T_{ij} = b_1 X_{ij}^{1} + b_2 X_{ij}^{2} + \ldots\ldots + b_n X_{ij}^{n} \tag{9}$$

donde se utilizarían distintos pares de indicadores O_i^n D_j^n para cada propósito.

El volumen en el arco *a* está dado, entonces, por

$$V_a = b_0 + \sum_n b_n \sum_{ij} X_{ij}^{n} P_{ij}^{a} \tag{10}$$

Los parámetros b_n pueden interpretarse como factores de generación de viajes para el propósito n. La calibración de los parámetros b_n y β puede abordarse mediante distintas técnicas. Una posibilidad interesante es darse algunos valores iniciales para β y obtener los valores de los b_n en las ecuaciones (10) mediante regresión lineal múltiple. Al final se escogen los valores de β y b_n que reproducen mejor las observaciones V_a. Otros modelos gravitacionales más complejos requieren otras técnicas de calibración, como ser regresión no-lineal. Este tipo de modelos ha sido utilizado en USA, Dinamarca y otros países, ver, por ejemplo, Smith y McFarlane (1978) y Holm et al. (1976).

9. Modelos basados sólo en datos de la red

En ciertas circunstancias un modelo gravitacional puede no representar bien el comportamiento de la matriz de distribución. Esto puede suceder si se estudia una subárea en la que sólo parte de cada movimiento es observable o si se quiere actualizar una matriz histórica mediante conteos. En este último caso puede intentarse estimar la matriz "más probable", consistente con la información contenida en los conteos y una matriz histórica o "a priori" (t_{ij}), si se cuenta con ella. El autor ha desarrollado un modelo de este tipo usando principios de maximización de la entropía de una matriz (Willumsen, 1978). Este principio ha sido usado en el pasado para derivar el modelo gravitacional (Wilson, 1970). Bajo ciertas condiciones la función de entropía de una matriz de movimientos viene dada por:

$$s(T_{ij}/t_{ij}) = -\sum_{ij} (T_{ij} \log T_{ij}/t_{ij} - T_{ij}) \tag{11}$$

la que puede relacionar con la probabilidad de la existencia de una distribución $\underline{\underline{T}}$ dada una matriz "a priori" $\underline{\underline{t}}$. El problema se puede plantear entonces como una maximización sujeta a restricciones lineales que representan la información contenida en los conteos de tráfico.

$$\text{Maximizar} \quad S(\underline{\underline{T}} / \underline{\underline{t}}) = - \sum_{ij} (T_{ij} \log T_{ij}/t_{ij} - T_{ij}) \tag{11}$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{ij} T_{ij} P_{ij}^{a} - V_a = 0 \tag{2}$$

$$T_{ij} \geq 0$$

La solución de este problema de optimización cóncava es:

$$T_{ij} = t_{ij} \; X_1^{P^1_{ij}} \; X_2^{P^2_{ij}} \; \ldots\ldots\ldots \; X_a^{P^a_{ij}}$$

$$T_{ij} = t_{ij} \prod_a X_a^{P^a_{ij}} \tag{12}$$

y las variables X_a corresponde a los Lagrangianos usados en resolver el problema, uno por cada restricción o conteo. Las variables X_a juegan un papel análogo a los factores de balanceo o compensación en un modelo gravitacional. La forma del modelo es, sin embargo, distinta, ya que no aparecen restricciones por costo total ni por viajes totales por Origen y Destino.

El modelo puede resolverse mediante las ecuaciones (2) y (12) y utilizando ajustes multiproporcionales de los factores X_a. Las propiedades analíticas del modelo se discuten en detalle en Van Zuylen y Willumsen (1980), donde también se especifica uno de los algoritmos requeridos. Existen también otras interpretaciones del mismo modelo; por ejemplo, la función objetivo (11) con signo cambiado se parece a una función de "distancia" o error entre la matriz "a priori" $\underline{\underline{t}}$ y la estimada $\underline{\underline{T}}$, su valor es cero si $t_{ij} = T_{ij}$ y positivo y creciente en caso contrario. La matriz "a priori" $\underline{\underline{t}}$ puede obtenerse de varias maneras, por ejemplo:

— de una matriz de movimientos obtenida en el pasado
— de una matriz obtenida de un estudio de una área mayor
— del uso de un modelo para sintetizar una matriz inicial
— si no hay información alguna se puede hacer todo $t_{ij} = 1$.

Otras propiedades del modelo son:

— No requiere conteos en todos los arcos de la red. Se han identificado algunas reglas para escoger lugares donde efectuar conteos con tal de mejorar la exactitud de la matriz de distribución.
— La solución siempre tiende a reproducir las observaciones/conteos en los arcos. El criterio de convergencia del algoritmo de solución es precisamente una comparación entre volúmenes observados y modelados.
— El modelo puede utilizar una variedad de información adicional a través de la matriz "a priori" o mediante restricciones adicionales (lineales).

— No requiere de grandes recursos computacionales. Existe una versión para microcomputador de 64KB, capaz de operar con hasta 200 zonas y 2.500 arcos.

10. VALIDACIÓN

La validación de modelos de transporte es un área generalmente poco explorada. En la mayor parte de los casos el consultor o investigador se da por satisfecho si logra calibrar sus modelos y éstos no entregan resultados irracionales. Por ejemplo, en el caso del modelo gravitacional, una calibración exitosa garantiza que el modelo reproduce la distribución de longitudes de viajes observada, pero no necesariamente los valores de los pares O-D observados. Sikdar y Hutchinson (1981) realizaron uno de los pocos estudios de validación del modelo gravitacional utilizando un conjunto de datos muy completo. Esta investigación concluyó que el modelo gravitacional producía errores relativamente grandes y que la calidad de los resultados hacía dudar de la conveniencia de usarlo en planificación del transporte.

En nuestro caso, no es posible validar el modelo propuesto comparando volúmenes de tráfico observados contra volúmenes modelados. El modelo tiende a reproducir las observaciones. Una validación adecuada requiere contar con conteos en un área y una matriz de viajes obtenida al mismo tiempo, pero por observación directa, no estimación. El autor tuvo la suerte de contar con este tipo de información para la ciudad de Reading en Inglaterra. En este caso fue posible obtener matrices de viajes y conteos durante cuatro días consecutivos (lunes 18 a jueves 21 de octubre de 1976) durante las dos horas de punta de la tarde (16:10-18:10). El área de estudio correspondía a un cuadrado de 2 por 2 Km en el centro de Reading. La red fue codificada mediante 39 zonas y 159 arcos. Las observaciones alcanzaron a aproximadamente el 70 por ciento de los movimientos de vehículos cuyas placas terminaban en un dígito en particular.

Se realizaron numerosas pruebas de validación y sensitividad del modelo utilizando esta base de datos. Un resumen de estos resultados se presentará aquí; para mayores detalles ver Willumsen (1982).

En estos estudios se utilizaron varios indicadores de la semejanza entre dos matrices; uno de los más representativos es el Error Absoluto Medio como un porcentaje del valor medio (%EAM).

$$\%EAM = 100 \sum_{ij} \left| T^{e}_{ij} - T^{f}_{ij} \right| / \sum_{ij} T^{f}_{ij} \qquad (13)$$

donde T^{e}_{ij} y T^{f}_{ij} son los valores de las dos matrices que se desea comparar. Si se reemplaza T_{ij} por V_a se puede computar el error o variación de los volúmenes de tráfico.

Una de las primeras comparaciones fue establecer si las matrices de viajes observadas eran estables a lo largo de la semana. Se encontró que había variaciones de un día para otro bastante grandes, como se puede ver en el Cuadro 1. Las variaciones al nivel de los volúmenes en los arcos son bastante menores. La magnitud de las variaciones al nivel de las matrices de distribución pone en duda el uso de técnicas de alto costo para estimarlas.

	Lunes vs. Martes	*Martes vs. Jueves*
Variación diaria %EAM para Matriz O-D	76	85
Variación diaria %EAM para volúmenes en arcos	11	14

Cuadro 1: Variaciones diarias de las matrices de viajes y volúmenes de tráfico observadas en Reading.

A continuación se realizaron estimaciones de la matriz de viajes usando sólo conteos de tráfico, sin matriz "a priori", o sea, suponiendo que todas las celdas t_{ij} tenían el mismo valor; en este caso se escogió como valor inicial una estimación del promedio de viajes por par O-D haciendo $t_{ij} = 1.25$. Se probaron también diversos modelos de asignación y el efecto de contar con distintos niveles de conteos. Los resultados para el día martes se presentan en el Cuadro 2.

Número de conteos seleccionados	*Asignación todo-o-nada*	*Asignación estocástica Burrel $\mu = 10\%$*	*Asignación equilibrio con restricción de capacidad*
159	92	101	89
120	93	—	—
80	94	—	—
55	96	—	—
40	122	—	—

Cuadro 2: Comparación de matrices estimadas y observadas mediante el indicador %EAM para distintos modelos de asignación y distintos números de conteos en el caso de todo-o-nada.

El Cuadro 2 presenta una comparación de las matrices estimadas con las observadas usando el indicador %EAM. Dadas las condiciones prevalentes en el centro de Reading, no es sorprendente que un modelo de asignación que explícitamente incorpore los efectos de congestión produjera mejores resultados. Pero quizás llama la atención ver que los otros modelos también entregan valores razonables.

La teoría que sustenta el modelo permite ofrecer algunas pautas para la selección de lugares donde efectuar conteos. Mediante este criterio se estimaron también matrices usando sólo un conjunto parcial de observaciones. Los resultados para el caso de asignación todo-o-nada se presentan también en el Cuadro 2. Se observa un deterioro de la exactitud del modelo, pero ésta fue menor de lo esperado. Una selección inteligente de lugares para efectuar conteos permite una buena estimación con datos parciales.

Puede decirse que el modelo de estimación de matrices mediante conteos de tráfico produce resultados razonables y atractivos. Si bien no es posible estimar la matriz "real" con total exactitud, los resultados obtenidos son bastante cercanos a las variaciones diarias de las matrices observadas. En otras palabras, el utilizar una matriz de distribución estimada por este método conduce a un nivel de errores semejante al que se obtendría al utilizar la matriz *observada* en un día (digamos, martes) para estimar flujos de otro día (por ejemplo, jueves).

Se realizaron también pruebas usando una matriz "a priori", con lo que se lograron resultados bastante mejores, con errores del orden de 60%EAM. Esto sugiere que el modelo utilizaba bien este tipo de información.

En conclusión, tanto desde el punto de vista de actualizar matrices como estimarlas a partir de conteos de tráfico solamente, la técnica propuesta parece ser bastante robusta y atractiva. Aplicaciones prácticas de la misma se han realizado en varias ciudades, incluyendo Liverpool, Harrogate, Wakefield, Auckland y Jakarta.

El modelo se ha utilizado también para estimar matrices de viajes en sistemas más sencillos, como ser corredores o autopistas. El modelo se ha extendido para su uso en sistemas de Metro, y su validación utilizando datos del Metro de Santiago de Chile entregó excelentes resultados (Karadinos, 1982).

Si se cuenta con información adicional, como ser el número de boletos vendidos por valor en Metros con tarifas diferenciadas, ésta generalmente puede incorporarse al modelo, ya sea como restricciones adicionales o como una mejor estimación de la matriz "a priori".

Existen por lo menos 5 versiones computacionales de este modelo y el autor ofrece asistencia en la implementación del mismo en otros contextos.

11. Conclusiones

Los modelos simplificados basados en conteos de tráfico y propuestos en este artículo no pueden reemplazar totalmente a otros modelos más complejos y sofisticados. Sus limitaciones más importantes son:

— Responden bien solamente a cambios en la red de transporte y los costos correspondientes. Los modelos no reaccionan frente a cambios en la conveniencia, frecuencia, seguridad u otras características de los servicios ofrecidos.

— Estos modelos no se prestan directamente para el análisis de la selección de medios de transporte. Es posible extender el modelo y combinar varios medios, pero en general se pierde pronto la sencillez de los mismos.

— Es difícil desarrollar un modelo gravitacional calibrado por conteos para un número grande de productos o propósitos, digamos más de 15.

— En general, el modelo de maximización de la entropía a partir de conteos es más útil para estimar matrices de distribución de corto plazo y para actualizarlas.

— El modelo gravitacional calibrado a partir de conteos es más útil en áreas mayores y en la predicción a largo y mediano plazo.

Sin embargo, estos modelos sencillos tienen un número de ventajas:

— Requieren menos recursos y por ello pueden usarse con mayor frecuencia.

— Son muy útiles para poner al día predicciones y planes.

— Permiten desarrollar un programa de seguimiento y control de la evolución del sistema de transporte.

— Permiten estimaciones de bajo costo cuando se cuenta con poco tiempo o pocos recursos para un estudio.

— Pueden extenderse, dentro de ciertos límites, para ser más realistas. Sin embargo, se han realizado pocos estudios al respecto aún.

— El modelo de maximización de entropía puede utilizarse en combinación con otras técnicas de recolección de información para mejorar la estimación de una matriz. Por ejemplo, encuestas camineras con conteos de tráfico.

BIBLIOGRAFÍA

Alonso, W. (1968). Predicting best with imperfec data. *Journal of the American Institute of Planners*, Vol. 34, Nº 4, 248-255.

Atkins, S.T. (1977). Transport Planning: is there a road ahead? *Traffic Engineering and Control*, Vol. 21, Nº 4, 168-176.

Holm, J.; Jensen, T.; Nielsen, S.; Chistensen, A.; Johnson, B. y Ronby. G. (1976). Calibrating traffic models on traffic census results only. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 17, Nº 4, 137-140.

Karadinos, A. (1982). Distribution of public transport trips, using entropy maximization techniques. Tesis de M.Sc., University of London, Inglaterra.

Ortúzar, J. de D. y Willumsen, L.G. (1983). Learning to manage transports systems. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 19, Nº 5, 236,239.

Sikdar, P. y Hutchinson. B.G. (1981). Empirical studies of work trip distribution models. *Transportation Research*, Vol. 15A, Nº 3, 233-243.

Smith, R.J. y McFarlane, W. (1978). Examination of a simplified travel demand model. *Transportation Engineering Journal of ASCE*, Vol. 104, Nº TE1, 31-41.

Sosslau, A.B.; Hassam, A.; Carter. M. y Wickstrom, G. (1978). Quik response urban travel estimation techniques and transferable parameters. *NCHRP Report 817*, Transportation Research Board, Washington, EE.UU.

Van Zuylen, H. y Willumsen, L.G. (1980). The most likely trip matrix estimated from traffic counts. *Transportation Research*, Vol. 14B, Nº 3, 281-293.

Warfield, J.N. (1976). *Societal System. Planning, Policy and Complexity*. Wiley, New York.

Willumsen, L.G. (1978). O-D matrices from network data: a comparison of alternative methods for their estimation. *Proceedings PTRC Summer Annual Meeting*, University of Warwick, Inglaterra.

Willumsen, L.G. (1980). Appropriate transport planning techniques for developing countries. *Proceedings World Conference on Transport Research*, London, Inglaterra.

Willumsen, L.G. (1981). Simplified transport models based on traffic counts. *Transportation*, Vol. 10, Nº 3, 257-278.

Willumsen, L.G. (1982). Estimation of trip matrices from volume counts, validation of a model under congested conditions. *Proceedings PTRC Summer Annual Meeting*, University of Warwick, Inglaterra.

Wilson, A.G. (1970). *Entropy in Urban and Regional Modelling*. Pion Press, London.